Musterlösung WS 13/14 Teil 1

Technische Universität München

Lehrstuhl für Thermodynamik

Prof. Dr.-Ing. T. Sattelmayer · Prof. W. Polifke, Ph.D.

Prüfung MW0136 Verbrennung

20.02.2014 WS 13/14 Teil 1: Kurzfragenteil (5 Seiten) (30 min)

1. Schreiben Sie die Bruttoreaktionsgleichung von Kohlenmonoxid CO mit feuchter Luft ($X_{O_2,L} = 0.2058\frac{\text{kmol}}{\text{kmol}}$, $X_{N_2,L} = 0.7742\frac{\text{kmol}}{\text{kmol}}$, $X_{H_2O,L} = 0.02\frac{\text{kmol}}{\text{kmol}}$) für magere Bedingungen.

$$CO + \lambda\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(O_2 + \frac{X_{N_2L}}{X_{O_2,L}}N_2 + \frac{X_{H_2OL}}{X_{O_2,L}}H_2O\right) \longrightarrow$$

$$CO_2 + \frac{1}{2}\lambda\left(\frac{X_{N_2,L}}{X_{O_2,L}}N_2 + \frac{X_{H_2OL}}{X_{O_2L}}H_2O\right) + \frac{1}{2}(\lambda-1)\,O_2$$

2. Wie berechnet man die spezifische Entropie von Gasgemischen? Verwenden Sie die molare Darstellung und schreiben Sie alle Einzelterme des einzelnen Stoffes aus.

$$\tilde{s}(T,p) = \sum_{i=1}^{N}\left\{\tilde{s}_i^{\,0} + \int_{T_0}^{T}\tilde{c}_{p_i}\frac{dT}{T} - R_u\cdot\ln\left(\frac{X_i\cdot p}{p_0}\right)\right\}\cdot X_i$$

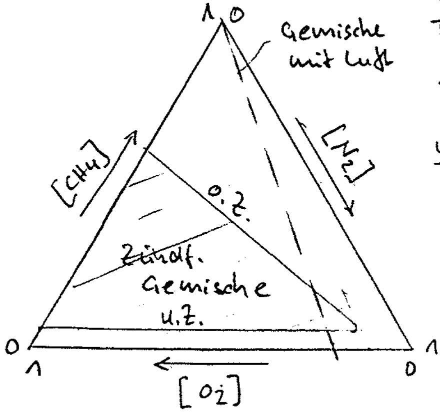
Muster WS 13/14

3. Schreiben Sie das thermodynamische Gleichgewicht $K_p(T)$ für die Reaktion $NO_2 + N \Longleftrightarrow NO + NO$ und geben Sie die Gleichung für $\Delta G^0(T)$ an. Schreiben Sie mindestens einen Teilterm vollständig aus.

$$\Delta G^0(T) = 2\tilde{g}^0_{NO}(T) - \tilde{g}^0_{NO_2}(T) - \left\{\tilde{h}_N(T) - T\cdot\tilde{s}^0_N(T)\right\}$$

$$K_p(T) = \exp\left(-\frac{\Delta G^0(T)}{R_u\cdot T}\right) = \frac{p_{NO}^2}{p_{NO_2}\cdot p_N} = \frac{p^2}{p^2}\cdot\frac{X_{NO}^2}{X_{NO_2}\cdot X_N}$$

4. Skizzieren Sie das Zündgrenzen Dreiecksdiagramm für CH4 , O2, N2 Gemische mit der Lage der Zündgrenzen. Erklären Sie die Zusammenhänge in Stichworten.



Zündgrenze: Erreichen der Zündtemperatur T_Z als Bilanz von Reaktionsenthalpiefreisetzung und Wärmekapazität.

u.Z. Brennstoffmangel limitiert Reaktionsenthalpiefreisetzung. keine Abhängigkeit von $[O_2]$ da $\tilde{c}_{p_{O_2}} \approx \tilde{c}_{p_{N_2}}$

o.Z. Sauerstoffmangel limitiert Reaktionsenthalpiefreisetzung

=> lin. Abhängigkeit o.Z. von $[O_2]$

5. Was bestimmt die Druckabhängigkeit der laminaren Brenngeschwindigkeit? Wie ist sie für Methan (CH_4)? Geben Sie die Skalierung $s_l(p)/s_l(p_0)$ an.

Die Druckabhängigkeit von s_l resultiert aus der globalen Reaktionsordnung n der Kinetik. Sie ist für Methan $n = 1$ und damit folgt

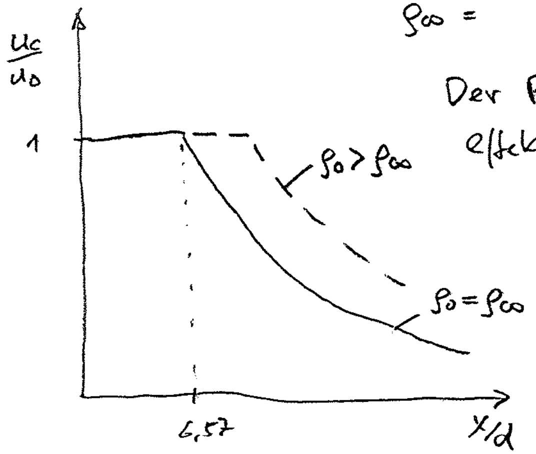
$$\frac{s_l(p)}{s_l(p_0)} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{n-2}{2}} \overset{!}{=} \left(\frac{p}{p_0}\right)^{-\frac{1}{2}}$$ für Methan.

6. Geben Sie das Geschwindigkeitsgesetz $u_c/u_0 = f(x/d)$ der Axialgeschwindigkeit auf der Achse eines runden, turbulenten Freistrahles an, der in eine Umgebung gleicher Dichte strömt. Skizzieren Sie qualitativ den Verlauf dieses Strahles und den Verlauf der sich ergibt, wenn die Umgebungsdichte geringer als die des Strahlmediums ist. Welcher Parameter ist maßgebend für den Geschwindigkeitsverlauf?

$$\frac{u_c}{u_0} = \frac{6{,}57}{x/d_{eff}} \quad ; \quad d_{eff} = d_0 \cdot \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_\infty}}$$

ρ_0 = Dichte Düsenfluid

ρ_∞ = " Umgebungsfluid



Der Parameter ist der effektive Durchmesser.

7. Welche Kennzahl charakterisiert die Wechselwirkung zwischen Reaktion und Turbulenz? Geben Sie eine Abschätzung der Kennzahl für turbulente Vormischflammen an und erläutern Sie die asymptotischen Regimes.

$$Da_t = \frac{\tau_t}{\tau_c} \approx \frac{l_t}{u'} \cdot \frac{s_l^2}{a}$$

$a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$ thermische Diffusivität

s_l laminare Brenngeschwindigkeit

l_t turbulentes Längenmaß

u' turbulente Schwankungsgeschwindigkeit

$Da_t \to \infty$ Turbulent / Mischungs-dominierte Verbr.

$Da_t \to 0$ Chemie-dominierte Verbr.

8. Schreiben Sie einen Arrhenius Ansatz für die Vorwärtsreaktion $A + B \longrightarrow Prod$ und erläutern Sie die Terme im Kontext des Stoßmodells.

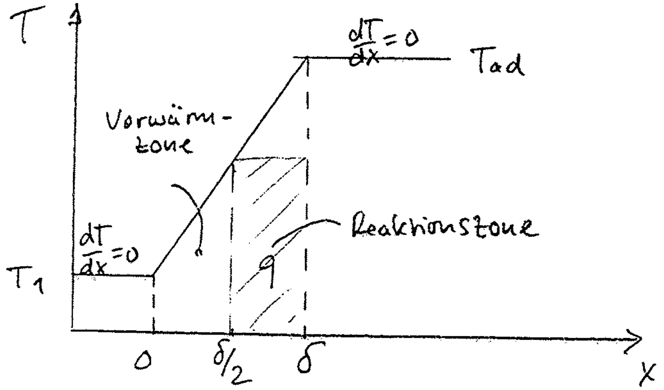
$$A + B \rightarrow Prod$$

$$\omega_A = \underbrace{A_0 \cdot T^b \cdot [A] \cdot [B]}_{1} \cdot \underbrace{\exp\left(-\frac{E_A}{R_u \cdot T}\right)}_{2}$$

(1) der Frequenzfaktor $A_0 T^b$ mal dem Produkt der Konzentrationen von A und B ergibt die maximale Stoßfrequenz.

(2) Der Exponentialterm ist die Wahrscheinlichkeit, dass aus Stoß Reaktion folgt. Das Argument ist das Verhältnis von Aktivierungsenergie zur kinetischen Energie der Stoßpartner

9. Skizzieren Sie den Temperaturverlauf einer 1-d laminaren Vormischflammenfront unter Verwendung der Theorie von Spalding. Welchen Trick wendet Spalding an? Welche Bereiche können Sie unterscheiden? Welche Bedingungen gelten dort? Welche Parameter können Sie anhand dieses Ansatzes bestimmen?



(1.) Lineares T-Profil (Transformation $dx \rightarrow dT$)

(2.) $\frac{dT}{dx} = 0$ rechts + links $\Rightarrow$ Diff.-term = 0

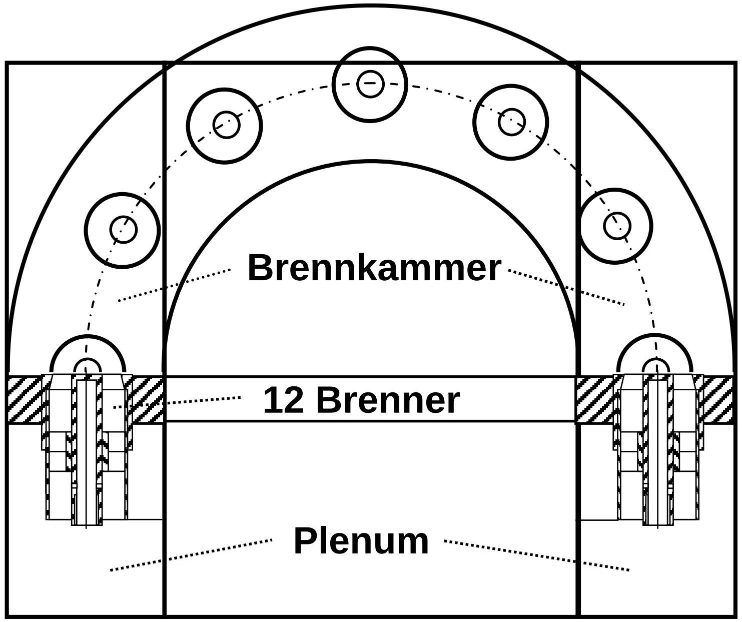
(3.) Zweiteilung der Flammendicke δ

- Vorwärmzone: keine Reaktion $\Rightarrow$ Ggw von Konvektion + Diffusion
- Reaktionszone: alle Terme $\neq 0$

$\Rightarrow$ 2 unabh. Gleichungen für s_l und δ

s_l = laminare Brenngeschwindigkeit

δ = " Flammendicke



Die Skizze zeigt das Schema der Ringbrennkammer des Lehrstuhls für Thermodynamik der TUM, für die 12 neue Brenner ausgelegt werden müssen. Der Nennbetriebspunkt der Brennkammer ist folgendermaßen festgelegt. Die Vorheiztemperatur der Luft beträgt $T_L = 573\mathrm{K}$, die Verbrennungsleistung ist $P_{th} = 1185\mathrm{kW}$ bei einer Luftzahl von $\lambda = 1.725$ und einem absoluten Brennkammerdruck von $p_{Bk} = 183377\mathrm{Pa}$. Die Brennkammer wird mit Erdgas betrieben, das nach dem Datenblatt so spezifiziert ist:

Normdichte Erdgas	$\rho_{N,F} = 0.732\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3_{N,F}}}$
Stöchiometrischer Luftbedarf	$\tilde{l}_{\mathrm{min}} = 9,55\frac{\mathrm{m^3_N}}{\mathrm{m^3_{N,F}}}$
Stöchiometrische feuchte Abgasmenge	$\tilde{v}_{\mathrm{min}} = 10,56\frac{\mathrm{m^3_N}}{\mathrm{m^3_{N,F}}}$
Stöchiometrische trockene Abgasmenge	$\tilde{v}_{\mathrm{min,tr}} = 8,56\frac{\mathrm{m^3_N}}{\mathrm{m^3_{N,F}}}$
Stöchiometrischer CO_2 Gehalt im tr. Abgas	$X_{\mathrm{CO_2,max,tr}} = 11,78\% - \mathrm{Vol}$
Unterer Heizwert	$\tilde{H}_u = 10,0105\frac{\mathrm{kWh}}{\mathrm{m^3_{N,F}}}$

1 Berechnen Sie die Molmasse M_F des Erdgases unter Anwendung des idealen Gasgesetzes ($R_u = 8314\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kmolK}}$) sowie den massebezogenen Heizwert H_u und schließlich den Brennstoffmassenstrom der Brennkammer $\dot{m}_F$ am Nennbetriebspunkt.

(*Notfallwerte:* $M_F = 16,4\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kmol}}$,$H_u = 49232\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg_F}}$, $\dot{m}_F = 0.024\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$)

2 Berechnen Sie den massebezogenen, stöchiometrischen Luftbedarf l_{min} des Erdgases und den Luftmassenstrom $\dot{m}_L$ der Brennkammer am Nennbetriebspunkt.

(*Notfallwerte:* $l_{\mathrm{min}} = 16,8\frac{\mathrm{kg_L}}{\mathrm{kg_F}}$, $\dot{m}_L = 0,695\mathrm{kg/s}$)

3 Unter der Annahme, dass das Erdgas aus Kohlenwasserstoffgasen und molekularem Stickstoff besteht, bestimmen Sie anhand der Erdgas- Spezifikationsdaten den spezifischen Kohlenstoffgehalt n_C, den spezifischen Wasserstoffgehalt n_H und den spezifischen Stickstoffgehalt n_{N_2} (jeweils in $\left[\frac{\mathrm{kmol_i}}{\mathrm{kmol_F}}\right], \mathrm{i = C, H, N_2}$).

(*Notfallwerte:*$n_C = 1,008\frac{\mathrm{kmol_C}}{\mathrm{kmol_F}}$, $n_H = 3,99\frac{\mathrm{kmol_H}}{\mathrm{kmol_F}}$, $n_{N_2} = 0.007\frac{\mathrm{kmol_{N_2}}}{\mathrm{kmol_F}}$)

4 Berechnen Sie die Massenbrüche $Y_{CO_2}, Y_{H_2O}, Y_{O_2}, Y_{N_2}$ der Abgaskomponenten am Betriebspunkt bei Annahme vollständiger Verbrennung (jeweils in $\left[\frac{\mathrm{kg_i}}{\mathrm{kg_{AG}}}\right], \mathrm{i = CO_2, H_2O, O_2, N_2}$).

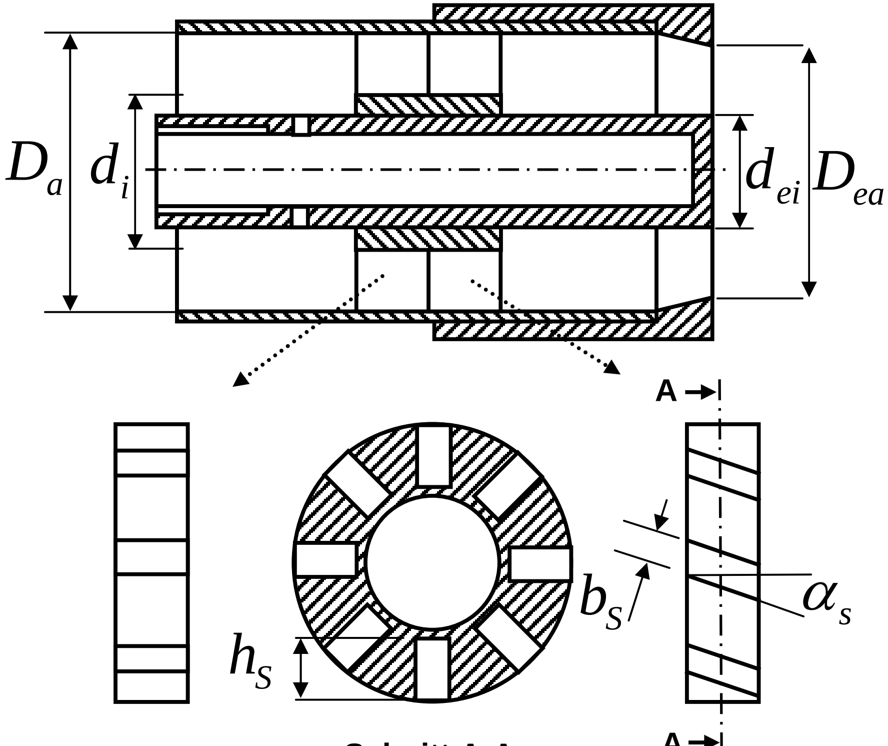
(*Notfallwerte:* $Y_{CO_2} = 0.09\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kg_{AG}}}$, $Y_{H_2O} = 0.073\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kg_{AG}}}$,$Y_{O_2} = 0.095\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kg_{AG}}}$)

5 Stellen Sie unter Verwendung der angegebenen mittleren, spezifischen Wärmekapazitäten die adiabate Enthalpiebilanz der Verbrennung am Betriebspunkt auf. Vernachlässigen Sie dann den fühlbaren Enthalpiestrom des Brennstoffstromes und berechnen Sie die adiabate Flammentemperatur T_{ad}.

Integrale mittlere Wärmekapazitäten: $\bar{c}_{p,i}|_{T_0}^{T} = \frac{1}{T-T_0}\int_{T_0}^{T} c_{p,i}dT$

$\bar{c}_{p,L}|_{T_0}^{T_L} = 1,028\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kgK}}$ $\bar{c}_{p,CO_2}|_{T_0}^{T_{ad}} = 1,197\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kgK}}$ $\bar{c}_{p,H_2O}|_{T_0}^{T_{ad}} = 2,555\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kgK}}$

$\bar{c}_{p,O_2}|_{T_0}^{T_{ad}} = 1,074\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kgK}}$ $\bar{c}_{p,N_2}|_{T_0}^{T_{ad}} = 1,164\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kgK}}$



Schnitt A:A

Die Skizze zeigt einen vereinfachten, meridionalen Schnitt durch einen der 12 Brenner, der in der Skizze von links nach rechts mit vorgemischtem Erdgas-Luft- Gemisch durchströmt werde. Dabei wird dem Frischgemisch ein Drall aufgeprägt, bevor die Strömung an der konvergenten Austrittsdüse mit dem Austrittsdurchmesser $D_{ea} = 47\mathrm{mm}$ in die Brennkammer austritt. Auf der zentralen Lanze mit dem Durchmesser $d_{ei} = 22\mathrm{mm}$, die mit dem Außendurchmesser D_{ea} am Austritt des Brenners einen Ringspalt bildet, sind die zwei Scheiben des Drallregisters angeordnet. Diese führen mit $N_S = 8$ geraden (linke Scheibe) und dann im Winkel α_S angestellten Schlitzen (rechte Scheibe) der Strömung den Drall zu. Die Schlitze sind näherungsweise rechteckig und haben die Höhe $h_S = 0.5 \cdot (D_a - d_i)$, wobei der Außendurchmesser der Scheiben $D_a = 55\mathrm{mm}$ und der Schlitzgrunddurchmesser $d_i = 26\mathrm{mm}$ betragen.

6 Gegeben sind die Dichte des Brennstoff-Luft-Gemischs beim Betriebszustand $\varrho_M = 1,083\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, der auf die Schlitzfläche $A_S = N_S \cdot b_S \cdot h_S$ (siehe Skizze!) bezogene Druckverlustbeiwert $\zeta_S = 0.925$, der auf die Brenneraustrittsfläche bezogene Druckverlustbeiwert $\zeta_e = 0,716$ sowie der Gesamtdruckverlust des Brenners $\Delta p_{t,B} = 0.03 \cdot p_{Bk}$. Berechnen Sie die volumetrisch mittlere Brenneraustrittsgeschwindigkeit U_e und mit ihr die anteiligen Totaldruckverluste des Brenneraustritts $\Delta p_{t,e}$ und der Schlitze $\Delta p_{t,S}$. Bestimmen Sie hieraus die mittlere, absolute Geschwindigkeit V_S im Drallschlitz und schließlich die erforderliche Schlitzbreite b_S.

(*Notfallwerte:* $U_e = 40,95\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $V_S = 98,4\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $b_S = 4,86\mathrm{mm}$)

7 Die Drallzahl am Brenneraustritt ist definiert als:

$$S_{0,theo} = \frac{\dot{m} \cdot \overline{wr}}{\dot{m} \cdot \overline{U} \cdot D_{ea}/2} = 0,8.$$

Hierbei sind $\overline{wr}$ der mittlere spezifische Drall und $\overline{U}$ die mittlere Austrittgeschwindigkeit, die durch die volumetrisch mittlere Brenneraustrittsgeschwindigkeit U_e gegeben sei. Der spezifische Drall an den Schlitzen ergibt sich durch die radius-gewichtete Integration der Umfangskomponente W_S der als konstant angenommenen Schlitzgeschwindigkeit V_S über die Schlitzfläche A_S.

$$\overline{wr} = \frac{1}{b_S \cdot h_S} \cdot \int_{d_i/2}^{D_a/2} W_S \cdot r \cdot b_S \cdot dr.$$

Berechnen Sie aus der Drallzahl den erforderlichen spezifischen Drall und mit ihm den erforderlichen Anstellwinkel der Schlitze α_S.

Allgemeine Angaben

$X_{O_2,L} = 0,21\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{kmol}}$	$X_{N_2,L} = 0,79\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{kmol}}$	$M_L = 28,84\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kmol}}$	
$M_{CO_2} = 44\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kmol}}$	$M_{H_2O} = 18\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kmol}}$	$M_{O_2} = 32\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kmol}}$	$M_{N_2} = 28\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kmol}}$
$T_{\mathrm{N}} = 273\mathrm{K}$	$p_N = 1013\mathrm{mbar}$	$T_0 = 298\mathrm{K}$	

Musterlösung WS 13/14 Teil 2

1.

$$\rho_{N,F} = \frac{p_N \cdot M_F}{R_u \cdot T_N}$$

$$M_F = \frac{R_u \cdot T_N \cdot \rho_{N,F}}{p_N} = 16{,}4 \frac{kg_F}{kmol_F}$$

$$H_u = \tilde{H}_u \cdot \frac{3600}{\rho_{N,F}} = 49232 \frac{kJ}{kg_F}$$

$$P_{th} = \dot{m}_F \cdot H_u \Rightarrow \dot{m}_F = \frac{P_{th}}{H_u} = 0{,}024 \frac{kg}{s}$$

2.

$$l_{min} = \tilde{l}_{min} \cdot \frac{M_L}{M_F} = 16{,}79 \frac{kg_L}{kg_F}$$

$$\dot{m}_F = \lambda \cdot l_{min} \cdot \dot{m}_F = 0{,}695 \frac{kg_L}{s}$$

3.

$$X_{CO_2 max,tr} = \frac{n_{CO_2}}{\tilde{\nu}_{min,tr}} \quad ; \; n_{CO_2} = n_C$$

$$\Rightarrow \quad n_C = X_{CO_2 max,tr} \cdot \tilde{\nu}_{min\,tr} = 1{,}0084 \frac{kmol_C}{kmol_F}$$

$$n_{H_2O} = \tilde{\nu}_{min} - \tilde{\nu}_{min,tr} = 2 \frac{kmol_{H_2O}}{kmol_F}$$

$$n_H = 2\,n_{H_2O} = 4 \frac{kmol_H}{kmol_F}$$

Musterlösung WS 13/14 Teil 2

noch 3.

$$\tilde{\nu}_{min,tr} = n_{CO_2} + n_{N_2,F} + 0{,}79 \cdot \tilde{l}_{min}$$

$$n_{N_2,F} = \tilde{\nu}_{min,tr} - n_{CO_2} - 0{,}79 \cdot \tilde{l}_{min} = 7{,}1 \cdot 10^{-3} \frac{kmol_{N_2}}{kmol_F}$$

4.

$$m_{CO_2} = \frac{n_{CO_2} \cdot M_{CO_2}}{M_F} = 2{,}7055 \frac{kg_{CO_2}}{kg_F}$$

$$m_{H_2O} = \frac{n_{H_2O} \cdot M_{H_2O}}{M_F} = 2{,}195 \frac{kg_{H_2O}}{kg_F}$$

$$m_{O_2} = \frac{0{,}21 \cdot (\lambda - 1) \cdot \tilde{l}_{min} \cdot M_{O_2}}{M_F} = 2{,}837 \frac{kg_{O_2}}{kg_F}$$

$$m_{N_2} = \frac{(0{,}79 \cdot \lambda \cdot \tilde{l}_{min} + n_{N_2F}) \cdot M_{N_2}}{M_F} = 22{,}23 \frac{kg_{N_2}}{kg_F}$$

$$m_{AG} = \sum m_i = 29{,}9675 \frac{kg_{AG}}{kg_F}$$

$$Y_{CO_2} = \frac{m_{CO_2}}{m_{AG}} = 0{,}0903 \frac{kg_{CO_2}}{kg_{AG}} \; ; \; Y_{H_2O} = 0{,}07325 \frac{kg_{H_2O}}{kg_{AG}}$$

$$Y_{O_2} = 0{,}095 \frac{kg_{O_2}}{kg_{AG}} \; ; \; \left(Y_{N_2} = 0{,}7418 \frac{kg}{kg_{AG}} \right)$$

ok!

$$Y_{N_2} = 1 - \sum Y_i = 0{,}74145 \frac{kg}{kg_{AG}}$$

besser!

Musterlösung WS 13/14 Teil 2

5.

$$\dot m_F \cdot \bar c_{pF}\Big|_{T_0}^{T_F} (T_F - T_0) + \dot m_F \cdot H_u + \dot m_L \cdot \bar c_{pL}\Big|_{T_0}^{T_L} \cdot (T_L - T_0)$$

$$= (\dot m_L + \dot m_F)\, \bar c_{pAG}\Big|_{T_0}^{T_{ad}} \cdot (T_{ad} - T_0)$$

($\dot m_F \cdot \bar c_{pF}|_{T_0}^{T_F}(T_F - T_0) \approx 0$)

$$\bar c_{pAG}\Big|_{T_0}^{T_{ad}} = \left[Y_{CO_2} \cdot \bar c_{pCO_2} + Y_{H_2O} \cdot \bar c_{pH_2O} + Y_{O_2} \cdot \bar c_{pO_2} + Y_{N_2} \cdot \bar c_{pN_2} \right]_{T_0}^{T_{ad}}$$

$$= 1{,}26 \ \frac{kJ}{kg \cdot K}$$

$$T_{ad} = T_0 + \frac{\dot m_F \cdot H_u + \dot m_L \cdot \bar c_{pL} \cdot (T_L - T_0)}{(\dot m_L + \dot m_F)\, \bar c_{pAG}}$$

$$= 293 K + 1525 K = 1818 K$$

6.

$$\dot m_{tot} = \dot m_L + \dot m_F = 0{,}719 \ \frac{kg}{s}$$

$$\dot V_{tot} = \frac{\dot m_{tot}}{\rho_M} = 0{,}664 \ \frac{m^3}{s}$$

$$\dot V_B = \frac{\dot V_{tot}}{12} = 0{,}0553 \ \frac{m^3}{s}$$

$$A_e = \frac{\pi}{4} \cdot \left(D_{ea}^2 - d_{ei}^2 \right) = 1{,}355 \cdot 10^{-3} \, m^2$$

$$u_e = \frac{\dot V_B}{A_e} = 40{,}82 \ \frac{m}{s}$$

noch 6.

$$\Delta p_{tB} = \Delta p_{ts} + \Delta p_{te} = 0{,}03 \cdot p_{BK} = 5501 \ Pa$$

$$\Delta p_{te} = \frac{\rho_M}{2} \cdot u_e^2 \cdot \zeta_e = 646 \ Pa$$

$$\Rightarrow \Delta p_{ts} = \frac{\rho_M}{2} v_s^2 \cdot \zeta_s = 4855 \ Pa$$

$$\Rightarrow v_s = \sqrt{\frac{2 \Delta p_{ts}}{\rho_M \cdot \zeta_s}} = 98{,}45 \ \frac{m}{s}$$

$$\dot V_B = v_s \cdot N_s \cdot h_s \cdot b_s$$

$$\Rightarrow b_s = \frac{\dot V_B}{v_s \cdot N_s \cdot h_s} = 4{,}84 \cdot 10^{-3} \, m$$

7.

$$\overline{wr} = S_{o\,theo} \cdot u_e \cdot \frac{D_{ea}}{2} = 0{,}767 \ \frac{m^2}{s}$$

$$\overline{wr} = \frac{w_s \cdot \cancel{b_s}}{\cancel{b_s} \cdot h_s} \int_{d_i/2}^{D_a/2} r \, dr = \frac{w_s \cdot \cancel{2}}{(D_a - d_i)} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \left[\left(\frac{D_a}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_i}{2}\right)^2 \right]$$

$$= \frac{w_s}{4} \ \frac{(D_a + d_i)\cancel{(D_a - d_i)}}{\cancel{(D_a - d_i)}} = w_s \cdot \frac{(D_a + d_i)}{4}$$

$$w_s = \frac{\overline{wr} \cdot 4}{D_a + d_i} = 37{,}88 \ \frac{m}{s}$$

$$\frac{w_s}{v_s} = \sin \alpha_s \ ; \quad \alpha_s = 22{,}63^\circ$$